Bull. Sc. math., 2ᵉ série,
100, 1976, p. 321-329.

QUELQUES EXEMPLES DE REPRÉSENTATION INTÉGRALE : VALUATIONS, FONCTIONS ALTERNÉES D'ORDRE INFINI

PAR

MICHEL TALAGRAND

[Université Pierre-et-Marie-Curie, Paris]

RÉSUMÉ. — Étant donné un treillis distributif T, appelons *valuation sur* T toute fonction f réelle définie sur T et vérifiant :

$$\forall a, b \in T, \quad f(a \vee b) + f(a \wedge b) = f(a) + f(b)$$

Désignons par $\mathscr{V}$ le cône des valuations croissantes positives. On établit un théorème de représentation intégrale des éléments de $\mathscr{V}$, et l'on montre que ce cône est réticulé (ce qui résoud un problème de CHOQUET). La même méthode est ensuite appliquée à diverses situations, ce qui donne soit des résultats nouveaux, soit de nouvelles preuves plus simples de résultats déjà connus.

Le but du présent article est d'exposer une méthode permettant d'obtenir aisément un théorème d'existence et d'unicité de la représentation intégrale dans un certain nombre de situations concrètes. Dans chacun des cas étudiés, l'ensemble des éléments extrémaux sera fermé, mais le cône ne sera pas bien coiffé en général. La preuve de l'existence de la représentation est basée sur l'idée de la démonstration originale du théorème 2 esquissée par G. CHOQUET dans [1] (§ 49.5) : on utilise un argument de limite vague, et l'existence de la représentation intégrale dans un convexe compact dont l'ensemble des points extrémaux est fermé. L'unicité de la représentation est ensuite prouvée par un argument direct qui n'est pas sans analogie avec la méthode de A. REVUZ (dans [2], chapitre I).

Pour tout espace localement compact Ω, nous désignerons par $M^{+}(\Omega)$ le cône des mesures de Radon $\geqslant 0$ sur Ω.

Soit T un treillis distributif. Suivant [1] (§ 41), appelons valuation sur T toute fonction réelle f définie sur T et vérifiant :

$$\forall a, b \in T, \quad f(a \wedge b) + f(a \vee b) = f(a) + f(b).$$

Désignons par $\mathscr{V}$ le cône des valuations positives croissantes sur T. Désignons par $\hat{\mathscr{E}}$ l'ensemble des sous-treillis E de T héréditaires à droite (c'est-à-dire que si b est dans E et a est supérieur à b, alors a est dans E), et dont le complémentaire $(T \setminus E)$ est un sous-treillis héréditaire à gauche. L'ensemble des points extrémaux de $\mathscr{V}$ est exactement l'ensemble des fonctions réelles sur T égales à une constante strictement positive sur un sous-treillis E non vide appartenant à $\hat{\mathscr{E}}$ et nulles sur $T \setminus E$ ([1], théorème 41.1).

Pour tout élément a de T, définissons

$$\tilde{a} = \{ E \in \hat{\mathscr{E}} ; a \in E \}.$$

Plaçons sur $\hat{\mathscr{E}}$ la topologie la moins fine rendant les ensembles $\tilde{a}$ ouverts et fermés (topologie de la « convergence simple »). Pour cette topologie, $\hat{\mathscr{E}}$ est compact.

Prouvons que pour tous éléments a et b de T on a $\tilde{a} \cup \tilde{b} = \widetilde{a \vee b}$. Si $E \in \tilde{a}$, alors $a \in E$, et puisque E est héréditaire à droite, $a \vee b \in E$ donc $E \in \widetilde{a \vee b}$, ce qui prouve que $\tilde{a} \cup \tilde{b} \subset \widetilde{a \vee b}$. Réciproquement, si $E \in \widetilde{a \vee b}$, alors $a \vee b \in E$. Puisque le complémentaire de E est un sous-treillis, il ne peut contenir a et b, ce qui prouve que $E \in \tilde{a} \cup \tilde{b}$, donc que $\widetilde{a \vee b} \subset \tilde{a} \cup \tilde{b}$.

On prouve de façon très similaire que $\tilde{a} \cap \tilde{b} = \widetilde{a \wedge b}$. Il en résulte que l'ensemble des ouverts de la forme $\tilde{a} \cap \tilde{b}^c$ est stable par intersection finie.

Soit $\mathscr{E} = \hat{\mathscr{E}} - \{ \emptyset \}$. C'est, pour la topologie induite, un espace localement compact.

Soit K un compact de $\mathscr{E}$. Prouvons qu'il est contenu dans un compact de la forme $\tilde{a}$. En effet, chaque point de K étant différent du treillis vide, est contenu dans un ensemble (ouvert) $\tilde{a}_i$, et l'on peut donc recouvrir K par une réunion finie $\bigcup_{i \in I} \tilde{a}_i = \widetilde{\bigvee_{i \in I} a_i}$, I fini, ce qui suffit.

Les préliminaires étant achevés, nous sommes en mesure de prouver le théorème suivant, qui en particulier résoud un problème de G. CHOQUET ([1], page 245).

THÉORÈME 1. — *A tout élément f de $\mathscr{V}$ correspond une unique mesure de Radon μ sur $\mathscr{E}$ telle que*

$$f(a) = \mu(\tilde{a}), \quad \forall a \in T. \tag{1}$$

En particulier, $\mathscr{V}$ est réticulé.

De plus, cette correspondance est un homéomorphisme lorsque $\mathscr{V}$ est muni de la topologie de la convergence simple, et $M^+(\mathscr{E})$ de la topologie vague.

Démonstration. — On a

$$\mu(\widetilde{a \vee b})+\mu(\widetilde{a \wedge b}) = \mu(\tilde{a} \cup \tilde{b})+\mu(\tilde{a} \cap \tilde{b}) = \mu(\tilde{a})+\mu(\tilde{b}),$$

ce qui prouve que μ étant donnée, la formule (1) définit une valuation évidemment positive et croissante (puisque $a \leqslant b \Rightarrow \tilde{a} \subset \tilde{b}$). De plus, puisque $\mu(\tilde{a}) = \mu(1_{\tilde{a}})$ et que $1_{\tilde{a}}$ est continue, l'application $\mu \to f$ est continue pour les topologies considérées.

Réciproquement, fixons f dans $\mathscr{V}$. Pour tout a de T, définissons f_a par $f_a(b) = f(a \wedge b)$. Puisque le treillis est distributif, f_a est dans $\mathscr{V}$, et est *bornée*. Par l'étude des éléments extrémaux de $\mathscr{V}$, et à l'aide du théorème de représentation intégrale dans un convexe compact dont l'ensemble des points extrémaux est fermé, G. CHOQUET a prouvé ([1], § 41.3) qu'il existe une mesure de Radon $\hat{\mu}_a$ sur $\hat{\mathscr{E}}$ telle que $f_a(b) = \hat{\mu}_a(\tilde{b})$ pour tout élément b de T. Désignons par μ_a la mesure induite par $\hat{\mu}_a$ sur $\mathscr{E}$. Elle vérifie encore, pour tout b, l'égalité $f_a(b) = \mu_a(\tilde{b})$ (puisque $\tilde{b} \subset \mathscr{E}$).

Prouvons maintenant que les mesures $(\mu_a)_{a \in T}$ possédent une valeur d'adhérence vague suivant l'ensemble filtrant croissant T.

Soit h une fonction continue à support compact sur $\mathscr{E}$. On a vu que ce support est contenu dans un ensemble $\tilde{b}$. On a

$$\mu_a(h) \leqslant \| h \|_\infty \, \mu_a(\tilde{b}) = \| h \| f(a \wedge b) \leqslant \| h \| f(b)$$

ce qui prouve l'existence d'une valeur d'adhérence vague μ de la suite des μ_a. Pour tout b de T, la fonction $1_{\tilde{b}}$ est continue, et l'on a

$$a \geqslant b \quad \Rightarrow \quad \mu_a(1_{\tilde{b}}) = \mu_a(\tilde{b}) = f(a \wedge b) = f(b),$$

donc aussi $\mu(\tilde{b}) = \mu(1_{\tilde{b}}) = f(b)$.

La partie « existence » du théorème 1 est ainsi établie. Prouvons l'unicité. Soient μ_1 et μ_2 deux mesures sur $\mathscr{E}$ vérifiant $f(a) = \mu_1(\tilde{a}) = \mu_2(\tilde{a})$ pour tout a. Il suffit de prouver que μ_1 et μ_2 coïncident sur les compacts de $\mathscr{E}$.

Soit K un tel compact et ε un nombre > 0. Il existe un ouvert U contenant K et tel que, pour $i = 1, 2$:

$$\mu_i(U) \leqslant \mu_i(K)+\varepsilon.$$

Chaque point de K est contenu dans un ouvert de la forme $\tilde{a} \cap \tilde{b}^c$ contenu dans U. On peut donc recouvrir K par un nombre fini de tels ouverts, soit $K \subset \bigcup_{i=1}^n \tilde{a}_i \cap \tilde{b}_i^c$. Posons

$$A = \{ a_i, b_i ; i = 1, 2, \ldots, n \}.$$

On a

$$\tilde{a}_i \cap \tilde{b}_i^c = \bigcup_{P \subset A, a_i \in P, b_i \notin P} (\bigcap_{a \in P} \tilde{a}) \cap (\bigcap_{b \notin P} \tilde{b}^c)$$
$$= \bigcup_{P \subset A, a_i \in P, b_i \notin P} (\widetilde{\bigwedge_{a \in P} a}) \cap (\widetilde{\bigvee_{b \notin P} b})^c$$

la réunion étant disjointe. Ceci signifie que l'on peut se ramener au cas où

$$(i \neq j) \Rightarrow (\tilde{a}_i \cap \tilde{b}_i^c \cap \tilde{a}_j \cap \tilde{b}_j^c = \emptyset).$$

On a alors pour $j = 1, 2$,

$$\mu_j(K) - \sum_i \mu_j(\tilde{a}_i \cap \tilde{b}_i^c) | \leq \varepsilon.$$

Mais on a

$$\tilde{a}_i \cap \tilde{b}_i^c = \tilde{a}_i \setminus \tilde{a}_i \cap \tilde{b}_i = \tilde{a}_i \setminus \widetilde{a_i \wedge b_i}.$$

D'où il vient

$$\mu_1(\tilde{a}_i \cap \tilde{b}_i^c) = f(a_i) - f(a_i \wedge b_i) = \mu_2(\tilde{a}_i \cap \tilde{b}_i^c)$$

ce qui implique $| \mu_1(K) - \mu_2(K) | \leq 2\varepsilon$, et termine de ce fait la preuve de l'unicité.

Il ne reste plus qu'à prouver la continuité de l'application qui, à chaque valuation, associe sa mesure représentative. Supposons que cette application ne soit pas continue. Il existerait alors une valuation f de mesure représentative μ, un voisinage ouvert V de μ, et une suite généralisée (f_α) de valuations convergeant vers f et dont les mesures représentatives μ_α ne soient pas dans V. Si h est une fonction continue à support compact sur $\mathscr{E}$, et a un élément de T tel que $\tilde{a}$ contienne le support de h, on a

$$|\mu_\alpha(h)| \leq \| h \| \mu_\alpha(\tilde{a}) = \| h \| f_\alpha(a),$$

ce qui prouve que la suite (μ_α) admet une valeur d'adhérence vague μ. Et, pour tout a, on a $\mu_\alpha(\tilde{a}) = f_\alpha(a)$, donc μ représente f, ce qui est absurde d'après l'unicité de la mesure représentative, puisque $\mu \notin V$.

C. Q. F. D.

La méthode que nous venons d'utiliser peut, avec des modifications de détail, s'employer dans de nombreux autres cas. Le théorème 2 ci-dessous est dû à G. CHOQUET ([1], § 49.5, 50, 51) avec une démonstration semble-t-il moins simple.

Soient E un espace localement compact, et $\hat{E} = E \cup \{\omega\}$ son compactifié d'Alexandrov. Désignons par $\mathscr{A}_r$ le cône des capacités alternées d'ordre infini sur E, muni de la topologie vague (*voir* [1], § 43-51).

Soit $\mathscr{F}(E)$ l'espace des fermés *non vides* de E. Pour tout compact K de E, définissons $\tilde{K} = \{F \in \mathscr{F}(E); F \cap K \neq \emptyset\}$. Munissons $\mathscr{F}(E)$ de la topologie usuelle pour laquelle un fermé F a une base de voisinages constituée d'ensembles de la forme $\tilde{K}_1 \cap \tilde{K}_2 \ldots \cap \tilde{K}_p \cap \tilde{K}^c$, où $F \cap K = 0$ et où, pour $i = 1, \ldots, p$, on a $F \cap \mathring{K}_i \neq \emptyset$. Muni de cette topologie, $\mathscr{F}(E)$ est localement compact. Tout ensemble de la forme $\tilde{K}$ est compact et, l'on voit sans peine que tout compact de $\mathscr{F}(E)$ est contenu dans un ensemble de cette forme.

THÉORÈME 2. — *A toute capacité alternée d'ordre infini f sur E correspond une unique mesure μ de $M^+(\mathscr{F}(E))$ telle que l'on ait*

$$f(K) = \mu(\tilde{K}) \tag{3}$$

pour tout compact K de E.

De plus, cette correspondance est un homéomorphisme lorsque $\mathscr{A}_r$ et $M^+(\mathscr{F}(E))$ sont munis de la topologie vague.

Démonstration. — Le fait que, μ étant fixée, la relation (2) définisse une capacité alternée d'ordre infini découle de [1] (§ 14 et § 23).

Soit φ une fonction continue $\geqslant 0$ à support compact sur E. Désignons par m la mesure de Lebesgue de $\mathbf{R}$, et soit $E_\lambda = \{x \in E; \varphi(x) \geqslant \lambda\}$. Par définition, on a

$$\begin{aligned}\hat{f}(\varphi) &= \int_{0+}^{\infty} f(E_\lambda)\, dm(\lambda)\\ &= \int_{0+}^{\infty} \mu(\tilde{E}_\lambda)\, dm(\lambda).\end{aligned}$$

Définissons la fonction $\tilde{\varphi}$ sur $\mathscr{F}(E)$ par

$$\tilde{\varphi}(F) = \sup\nolimits_F \varphi.$$

On vérifie sans peine que $\tilde{\varphi}$ est continue, à support compact, et l'on a

$$\{F; \tilde{\varphi}(F) \geq \lambda\} = \{F; F \cap E_\lambda \neq \emptyset\} = \tilde{E}_\lambda$$

d'où

$$\hat{f}(\tilde{\varphi}) = \int_{0-}^{\infty} \mu(\{F; \tilde{\varphi}(F) \geq \lambda\})\, dm(\lambda) = \mu(\tilde{\varphi}).$$

Il en résulte, puisque la topologie vague de $\mathscr{A}_r$ est la moins fine rendant continues les applications $f \to \hat{f}(\varphi)$, que la correspondance $\mu \to f$ est continue pour les topologies vagues.

Soit maintenant $f \in \mathscr{A}_n$ fixée. Prouvons l'existence d'une mesure représentative. Pour chaque compact K de E, l'application $L \to f(L \cap K)$ définit une capacité alternée d'ordre infini f_K (d'après [1], § 23) qui est *bornée*. D'après [1] (§ 49) (comme dans le cas des valuations bornées, ce résultat est une conséquence du théorème de Krejn-Milman), il existe alors une mesure $\tilde{\mu}_K$, sur l'ensemble $\mathscr{K}(\hat{E})$ des compacts de $\hat{E}$, qui vérifie :

$$f_K(L) = f(L \cap K) = \tilde{\mu}_K(\{M \in \mathscr{K}(\hat{E}); M \cap L \neq \emptyset\})$$

pour tout compact L de E. Désignons par μ_K la mesure image de $\tilde{\mu}_K$ par l'application continue $M \to (M \cap E)$ de $\mathscr{K}(\hat{E})$ dans $\mathscr{F}(E)$. Pour tout compact L de E, on a

$$\begin{aligned}\mu_K(\tilde{L}) &= \mu_K(\{M \in \mathscr{F}(E); M \cap L \neq \emptyset\}) \\ &= \tilde{\mu}_K(\{M \in \mathscr{K}(\hat{E}); M \cap L \neq \emptyset\} = f_K(L) = f(K \cap L).\end{aligned}$$

Comme lors de la preuve du théorème 1, on montre que les mesures μ_K possèdent une valeur d'adhérence μ lorsque K parcourt l'ensemble filtrant croissant des compacts de E, et que de plus on a

$$\mu(\tilde{\varphi}) = \hat{f}(\varphi)$$

pour toute fonction $\varphi \geq 0$ continue, à support compact sur E. Si g est la capacité représentée par μ, on a $\hat{f}(\varphi) = \hat{g}(\varphi)$ pour toute φ, d'où

$$\hat{f}(K) = \inf_{\varphi|K=1} \hat{f}(\varphi) = \inf_{\varphi|K=1} \hat{g}(\varphi) = g(K)$$

d'après la continuité à droite des capacités, ce qui prouve que μ représente f.

Prouvons maintenant l'unicité de la mesure représentative : Soient μ_1 et μ_2 deux mesures de $\mathcal{M}^+(\mathscr{F}(E))$ telles que

$$f(K) = \mu_1(\tilde{K}) = \mu_2(\tilde{K})$$

pour tout compact K de E.

Il suffit de prouver que μ_1 et μ_2 coïncident sur les compacts de $\mathscr{F}(E)$. Soient L un compact de $\mathscr{F}(E)$, et ε un réel > 0. Il existe un ouvert U contenant L et tel que

$$\mu_i(U) \leqslant \mu_i(L)+\varepsilon \qquad \text{pour} \quad i = 1, 2.$$

On peut recouvrir L par une réunion finie d'ensembles de la forme

$$L_n = \tilde{K}_{1,n} \cap \ldots \cap \tilde{K}_{p_n, n} \cap \tilde{K}^c_{p_n+1, n} \qquad (i = 1, \ldots, N),$$

puisque L est compact et que tout point de L possède une base de voisinages constituée d'ensembles de cette forme. Soit $(K_i)_{i \in I}$ la famille (finie) des compacts $K_{l,n}$, pour $1 \leqslant n \leqslant N$ et $1 \leqslant l \leqslant p_n+1$. Pour toute partie X de I définissons

$$L_X = (\textstyle\bigcap_{i \in X} \tilde{K}_i) \cap (\bigcap_{i \in X^c} \tilde{K}_i^c) = (\bigcap_{i \in X} \tilde{K}_i \cap (\widetilde{\bigcup_{i \in X^c} K_i})^c.$$

Les ensembles L_X sont deux à deux disjoints, et L_n est réunion des L_X tels que, pour $l \leqslant p_n$, on ait, $K_{l,n} \in \{ K_i ; i \in X \}$ et $K_{p_n+1,n} \in \{ K_i ; i \in X \}$. Soit $\mathscr{X}$ la famille des parties X de I vérifiant ces conditions pour au moins un n. On a

$$L \subset \textstyle\bigcup_{X \in \mathscr{X}} L_X \subset U$$

d'où, pour $c = 1, 2$,

$$|\mu_i(L) - \textstyle\sum_{X \in \mathscr{X}} \mu_i(L_X)| \leqslant \varepsilon.$$

Pour conclure, il suffit de prouver que μ_1 et μ_2 coïncident sur chaque L_X, ce qui découle du lemme suivant :

LEMME 3. — *Soient μ une mesure de $\mathcal{M}^+(\mathscr{F}(E))$, et f la capacité qu'elle représente. Pour tous compacts $K, K_1, K_2, \ldots, K_p$ de B on a*

$$\mu(\tilde{K}_1 \cap \tilde{K}_2 \cap \ldots \cap \tilde{K}_p \cap \tilde{K}^c) = \textstyle\sum_{P \subset [1,p]} (-1)^{1+\operatorname{card} P} f(K \cup K_P),$$

où $K_P = \bigcup_{i \in P} K_i$.

Démonstration. — Elle se fait par récurrence sur p. Le cas $p = 1$, semblable au cas général, est laissé au lecteur. Supposons la formule établie pour $p-1$.

On a

$$\tilde{K}_1 \cap \ldots \cap \tilde{K}_p \cap \tilde{K}^c = \tilde{K}_1 \cap \ldots \cap \tilde{K}_{p-1} \cap \tilde{K}^c \setminus \tilde{K}_1 \cap \ldots \cap \tilde{K}_{p-1} \cap (\widetilde{K \cup K_p})^c$$

d'où il vient

$$\begin{aligned} & \mu(\tilde{K}_1 \cap \ldots \cap \tilde{K}_p \cap \tilde{K}_c) \\ & = \mu(\tilde{K}_1 \cap \ldots \cap \tilde{K}_{p-1} \cap \tilde{K}_c) - \mu(\tilde{K}_1 \cap \ldots \cap \tilde{K}_{p-1} \cap (\widetilde{K \cup K_p})^c) \\ & = \quad \textstyle\sum_{P \subset [1, p-1]} (-1)^{1+\operatorname{card} P} f(K \cup K_P) \\ & \quad - \textstyle\sum_{P \subset [1, p-1]} (-1)^{1+\operatorname{card} P} f(K \cup K_P \cup K_p) \\ & = \quad \textstyle\sum_{P \subset [1, p]} (-1)^{1+\operatorname{card} P} f(K \cup K_P). \end{aligned}$$

C. Q. F. D.

Il ne reste plus, pour achever la preuve du théorème 2, qu'à montrer que l'application qui, à chaque f associe sa mesure représentative μ, est continue, ce qui se prouve par le même argument que dans le cas des valuations.

Pour conclure, indiquons encore trois cas où cette méthode s'applique, en laissant au lecteur les modifications de détail nécessaires. Le théorème 6 est dû à G. Choquet. Les résultats d'unicité des théorèmes 5 et 6 se déduisent de [2].

Soit E un semi-groupe ordonné commutatif, possédant un élément neutre, formé d'éléments positifs et idempotents. Désignons par $\mathscr{A}$ le cône des fonctions réelles positives alternées d'ordre infini ([1], § 14) sur E. Désignons par Φ l'enesmble des parties de E dont le complémentaire est un sous-semi-groupe de E, héréditaire à gauche et distinct de E.

Munissons Φ de la topologie la moins fine rendant ouverts et fermés les ensembles $\hat{a} = \{ B \in \Phi ; a \in B \}$. Elle fait de Φ un espace localement compact. Tout ensemble de la forme $\hat{a}$ est compact, et tout compact de Φ est contenu dans un tel ensemble.

Théorème 4. — *A chaque élément f de $\mathscr{A}$ correspond une unique mesure μ de $M^+(\Phi)$ telle que $f(a) = \mu(\hat{a})$ pour tout élément a de E.*

De plus, cette correspondance est un homéomorphisme lorsque $\mathscr{A}$ est muni de la topologie de la convergence simple et $M^+(\Phi)$ de la topologie vague.

Désignons maintenant par E un semi-groupe commutatif ordonné n'ayant pas nécessairement d'élément neutre, et formé d'éléments idempotents. Désignons par $\mathcal{M}$ le cône des fonctions réelles positives monotones d'ordre infini ([1], § 14) sur E. Désignons par S l'ensemble des sous-semi-groupes non vides de E, héréditaires à droite. Pour tout élément a de E, définissons $\check{a} = \{ G \in S ; a \in G \}$. Muni de la topologie la moins fine rendant les ensembles $\check{a}$ ouverts et fermés, S est localement compact. Tout ensemble de la forme $\check{a}$ est compact, et tout compact de S est contenu dans un tel ensemble.

THÉORÈME 5. — *A chaque élément f de $\mathcal{M}$ correspond une unique μ de $M^+(S)$ telle que*

$$f(a) = \mu(\check{a})$$

pour tout élément a de E.

De plus, cette correspondance est un homéomorphisme lorsque $\mathcal{M}$ est muni de la topologie de la convergence simple, et $M^+(S)$ de la topologie vague.

Désignons maintenant par E un espace localement compact, par $\mathcal{K}(E)$ l'espace des compacts de E, muni de la topologie usuelle, et par $\mathcal{M}_r$ le cône des capacités monotones d'ordre infini sur E. Pour chaque compact K de E, posons $\underset{\sim}{K} = \{ L \in \mathcal{K}(E) ; L \subset K \}$. C'est un compact de $\mathcal{K}(E)$, et tout compact de $\mathcal{K}(E)$ est contenu dans un compact de cette forme.

Il y a le même rapport entre le théorème suivant et le théorème 5 qu'entre les théorèmes 3 et 4.

THÉORÈME 6. — *A chaque élément f de $\mathcal{M}_r$ correspond une unique mesure μ de $M^+(\mathcal{K}(E))$ telle que $f(\underset{\sim}{K}) = \mu(K)$ pour tout compact K de E.*

De plus cette correspondance est un homéomorphisme lorsque $\mathcal{M}_r$ et $M^+(\mathcal{K}(E))$ sont munis de la topologie vague.

BIBLIOGRAPHIE

[1] CHOQUET (G.). — Theory of capacities, *Ann. Inst. Fourier*, Grenoble, t. 5, 1953-1954, p. 131-297.

[2] REVUZ (A.). — Fonctions croissantes et mesures sur les espaces topologiques ordonnés, *Ann. Inst. Fourier*, Grenoble, t. 6, 1955-1956, p. 187-268.

(Texte reçu le 29 avril 1976.)

Michel TALAGRAND,
Équipe d'Analyse,
Mathématiques, U.E.R. 47, Tour 46,
Université Pierre-et-Marie-Curie,
75231 Paris Cedex 05.